ОТЗЫВ
научного руководителя на диссертацию
Романовой Елены Юрьевны
«Метод подобных операторов в исследовании оператора Дирака и дифференциального оператора с инволюцией»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация посвящена спектральному анализу методом подобных операторов дифференциальных операторов Дирака в лебеговых пространствах (пространствах $L_p([0,2\pi],\mathbb{C}^2), p \in [1,\infty|)$, порожденных периодическими, антипериодическимикраевыми условиями и краевыми условиями Дирихле, а также спектральному анализу дифференциальных операторов с инволюцией с матричнозначным потенциалом. Интерес к исследованию таких операторов обусловлен многочисленными приложения (в физике, химии и т.д.). Особенно большое количество публикаций по исследованию таких операторов появилось в последнее время: Б. Митягин, П. Джаков (опубликовали около десятка работ по данной тематике), А.Г. Баскаков, А. В. Дербушев, А. О. Щербаков (Izv. RAN Ser. Mat. 75. -2011. - №3. pp. 3-28), А.А. Шкаликов, А. М. Савчук (исследования по данной тематике 2010-2014 г.). Особенно важны исследования М.М. Маламуда, который свел изучение дифференциальных операторов n-го порядка на конечном промежутке к дифференциальным операторам Дирака. Интерес к изучению дифференциального оператора с инволюцией связан с тем, что такие операторы применяются в теории фильтрации. Отметим, что в последнее время исследования таких операторов ведутся А.П. Хромовым и М.Ш. Бурлуцкой (статьи в Изв. Сарат. ун-та, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., Изв. РАН. Сер. матем.). В качестве основного метода исследования указанных работ используется резольвентный метод, основанный на представлении проекторов Рисса в виде контурного интеграла

от резольвенты, а также метод, основанный на исследовании асимптотики решений соответствующего дифференциального уравнения.

Основным методом исследования рассматриваемых операторов является метод подобных операторов, с помощью которого исследуемый дифференциальный оператор преобразованием подобия сводится к изучению интегро-дифференциального оператора, который в свою очередь является прямой суммой операторов ранга один или два (в зависимости от выбора краевых условий и выбора дифференциального оператора). Тем самым существенно упрощается изучение рассматриваемого дифференциального оператора. Это объясняется тем, что собственные подпространства невозмущенного оператора являются инвариантными для преобразованного оператора. Оператор преобразования строится с использованием нелинейного уравнения (уравнения типа Рикатти) и может быть найден методом последовательных приближений. Как правило, удается вычислить одно или два приближения, что дает достаточно полную информацию об асимптотике собственных значений и проекторов исследуемого дифференциального оператора.

Основные результаты диссертации изложены во второй и третьей главах. Во второй главе впервые исследуется дифференциальный оператор Дирака в лебеговых пространствах. Негильбертовость лебеговых пространств приводит к осложнениям при изучении спектральных свойств исследуемых дифференциальных операторов. Возникает необходимость в использовании аппроксимативных единиц и других подходов, которые применяются в банаховых модулях над групповыми алгебрами. В основе результатов обеих глав лежит теорема о подобии абстрактного возмущенного оператора оператору более простой структуры, которая является основой метода. Основные

результаты главы 2 содержатся в теоремах 2.4, 2.5. В теореме 2.4 впервые получена асимптотика собственных значений оператора Дирака в лебеговых пространствах. В теореме 2.5 получены оценки равносходимости спектральных разложений исследуемого дифференциального оператора Дирака и свободного оператора Дирака.

В третьей главе в гильбертовом пространстве изучаются спектральные свойства дифференциального оператора с инволюцией, определяемого матричнозначным потенциалом и периодическими краевыми условиями, принадлежащего пространству$L_2([0,\omega],\mathbb{C}^m)$.Здесь, как и в главе 2, в основе исследования лежит теорема о подобии. В теореме 3.3 осуществляется предварительное преобразование подобия исследуемого оператора к интегро-дифференциальному оператору, в котором интегральный оператор является оператором Гильберта-Шмидта. Повторное применение базовой теоремы позволяет получить теоремы о подобии исследуемого оператора оператору более простой структуры, который является прямой суммой операторов конечного ранга. Каждый из операторов конечного ранга действует в инвариантном относительно свободного дифференциального оператора подпространств. Эта теорема служит базой для получения основных результатов главы – теорем 3.5-3.7. В теореме 3.5 получена асимптотика взвешенных средних собственных значений исследуемого оператора с инволюцией. В теоремах 3.6-3.7 получены оценки безусловной равносходимости спектральных разложений. Отмечу, что такие теоремы могут быть вряд ли получены резольвентным методом из-за сложного выбора системы контуров при оценках безусловной сходимости. Эти теоремы позволяют доказывать спектральность исследуемого оператора относительно полученного разбиения спектра.

Замечу, что тема диссертации начала развиваться автором еще при работе над магистерской диссертацией. Автору пришлось усвоить ряд современных результатов из функционального анализа (теории операторов и теории функций). Важно отметить также большую самостоятельность автора при написании диссертации и постоянный интерес к тематике исследования.

Все представленные результаты являются новыми, получены самостоятельно и своевременно опубликованы в 14 работах без соавторов, из которых четыре опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Резюмируя изложенное, считаю, что диссертация «Метод подобных операторов в исследовании оператора Дирака и дифференциального оператора с инволюцией» удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор Романова Елена Юрьевна заслуживает присвоения указанной степени.

Баскаков Анатолий Григорьевич
доктор физико-математических наук,
профессор, факультет прикладной
математики, информатики и механики,
кафедра нелинейных колебаний
тел.: +7 (4732) 22 73 58
e-mail: anatbaskakov@yandex.ru

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Воронежский государственный университет» (ФГБОУ ВПО «ВГУ»)
Подпись Баскакова А. Г.
секретарь ф-та п.м.м
заверяю
должность
15.06.2015
подпись, расшифровка подписи